情報の非対称性下における銀行の資産証券化モデル

Some Models for Securitization of Bank Assets under Asymmetric Information

市　川　千　秋

Ⅰ．はじめに

本論は情報の非対称性下での銀行債権の流動化や証券化を簡単なモデルを用いて分析しようとするものである。先ず、銀行経営者がデフォルトの危険性を意識するという極端な状況から始める。ここでは、組織の存亡をかけている時なので銀行経営者は個々の貸出の危険に対して中立的な効用関数を持ち、株主のために資本価値を最大にすることだけを目標にしていると想定する。こうしたときに、新規の、しかも社会的に有用なプロジェクトからの融資の申し込みがあったとしよう。経営者はこの融資が株主の利益を損なう可能性がある場合には、たとえそこから銀行の得られる期待値が高くても、かかる貸出を実行することはない。しかし、ここで貸出債権の流動化が可能であれば株主の資本価値は損なわれないので融資のインセンティブが生まれる。反対に社会的に無益な、むしろ有害なプロジェクトであっても、株主の価値を高めるものであれば、貸出が行われてしまう

恐れがある。そこでは既存の銀行債権者の、つまり大半は預金者の、債権価値が損なわれ、その分、株主の価値を高めてしまうような結果になる。銀行に対する債権者と株主のエージェンシー関係がここに見られる。破綻の可能性が高いのを知りつつ、オーナー経営者が無理な貸出を行うことの理由がここにある。

次に条件がゆるめられる。銀行経営者はそうした極限的な状況に追い詰められる前に、所定の資本比率の維持を図るなど、経営の健全性を保つ努力をしているはずである。８％や４％といった比率を下回ることは株価への影響のみならず、世間の風評もはばかられるところであろう。銀行経営者は危険回避的な効用関数を持ち、その行動原理は期待効用の最大化にあると想定する。彼らは期待収益とリスクを斟酌することでバランスをとろうとしていると考えるのである。先ず、資本比率が一定値を下回るような確率をできるだけ小さくするようなポートフォリオ・セレクションを考察する。次いで貸出等の債権の証券化をモデルによって分析しようと試みた。証券化は資本比率維持の方法の一つだからである。ここでは原債権を有する銀行は情報優位にあることから創造される証券の価格は銀行が設定し、投資家はそれを見て証券の実現価格を推定するという状況を考えている。証券価格と販売量が決まり、均衡条件が導出される。

Ⅱ．流動化とエージェンシー関係

（1）非効率的な貸出のモデル

ここでは先ず次のようなモデルを考える[1)]。今期（ｔ＝０）において銀行は預金や借入金等の負債Ｂを受け入れ、それに株式資本Ｃを加えて資産Ａの運用を行っている。また来期（ｔ＝１）には新規の貸出を行うかどうかの決定をすることになる。それらの価値は来々期（ｔ＝２）において実現する状態に依存して決められる。単純化のために来々期は状態Ｈと状態Ｌの二つの状態がそれぞれ確率ｐと（１－ｐ）で生じると仮定しよう（０

＜ｐ＜１）。それはｔ＝０から２までの期間中は変化しないものとする。それぞれの状態での資産、負債、株式の価値はＨ（A_H，B_H，C_H）、Ｌ（A_L，B_L，C_L）のようになると予想される。ここで状態Ｌの時は資産価値が劣化し（$A_L < A_H$）、銀行は債務超過に陥り、株式価値C_Lはゼロになるという事態を想定する。預金等の債務は毀損し、ペイオフB_L（＜B_H）にA_L全額が当てられる。図Ⅱ－１はこの三つの時点のタイムラインであり、表Ⅱ－１は来々期の二つの状態で予想されるバランスシートである。

銀行は来々期には生きるか死ぬかという瀬戸際に置かれる。万一、倒産することになれば株主は全てを失う。そこで銀行の株主は来々期にＨとＬの危険の分散がどうあれ、少なくとも株式Ｃの価値を維持することを経営者に望むであろう。経営者は株主の意向に沿った行動をするとすれば、ここでの両者の行動は危険中立的で期待値の極大化を求める。また単純化のため、均衡での利子率はゼロとしておく。今期のバランスシートは来々期の状態に依存して決まるので、表Ⅱ－２のような期待値で表すことができる。株主は来期以降の株式の価値がpC_Hを下回る事は望まないはずである。

〔図Ⅱ－１〕モデルのタイムライン

今　期（ｔ＝０）	来　期（ｔ＝１）	来々期（ｔ＝２）
預金等既存の負債 貸出等既存の資産	新規負債 新規貸出	確定

〔表Ⅱ－１〕来々期（ｔ＝２）の予想バランスシート

状態Ｈ（確率ｐ）

資産A_H	負債B_H 株式C_H

状態Ｌ（確率１－ｐ）

資産A_L	負債B_L 株式$C_L = 0$

〔表Ⅱ－２〕今期（ｔ＝０）の期待バランスシート

資産$A = pA_H + (1-p)A_L$	負債$B = pB_H + (1-p)B_L$ 株式$C = pC_H$

さてここで銀行経営者は来期（$t=1$）に新たな投資機会Ｉがあることを知る。銀行は必要資金Ｉの貸出を行うことで、その案件は状態Ｈの時にI_H、Ｌの場合にI_Lの資産価値を持つと予想する。そこで、

$$pI_H+(1-p)I_L>I \qquad 〔2-1〕$$

であればこの貸出を行うことに意味がでてこよう。ところが銀行の預金者等、従来からの債権者と株主との間に情報の非対称性があり、経営者が株主の意向に従って行動する場合、来期にこの貸出は実行されない可能性がある。それによって来期の株式価値が今期を下回るかもしれないからである。

銀行はＩの貸出を行うために、来期にＸの追加資金を調達しなければならないとしよう。これは従来の負債に劣後するとしておく。状態Ｌが債務超過の時、Ｘは次の式の解で与えられる。

$$I=pX+(1-p)\max\{A_L+I_L-B_L,\ 0\} \qquad 〔2-2〕$$

それぞれの予想株式価値をC'とC''とすると、来々期のバランスシートは以下のようになる。

〔表Ⅱ－３〕新規貸出後の来々期のバランスシート

状態Ｈ（確率ｐ）

旧資産A_H	旧負債B_H
新貸出I_H	新負債Ｘ
	株　式C'

状態Ｌ（確率１－ｐ）

旧資産A_L	旧負債B_L
新貸出I_L	＊新負債Ｇ
	株　式$C''=0$

＊ただし、$G=\max\{A_L+I_L-B_L,\ 0\}$

そこで来期のバランスシートは表Ⅱ－４のように表される。ここで来期と今期の株式価値を比較すると、

$$pC'-pC_H=p(I_H-X) \qquad 〔2-3〕$$

となる。ここでもし$I_H<X$の場合に、つまり新規貸出に必要な調達額Ｘが状態Ｈにおける予想価値I_Hを上回るとき、新規の貸出を行えば来期の株式価値は今期よりも小さくなるので、銀行経営者にはこの貸出を実行するインセンティブが生じない。たとえその貸出をうけた企業が社会的に投

資額を上回る成果をあげ、銀行の資産価値を高めると期待されていてもである（$pI_H+(1-p)I_L>I$）。実際の場面でも、経営者が金融危機を身近に感じてデフォルトの状態Ｌを意識した時、株式の期待価値を下げるような貸出は困難であり、いわゆる貸し渋りが生じよう。

〔表Ⅱ－４〕来期（ｔ＝１）の期待バランスシート

旧資産 $pA_H+(1-p)A_L$	旧負債 $pB_H+(1-p)B_L$
新貸出 $pI_H+(1-p)I_L$	新負債　I
	株　式 pC'

それでも次のような方法で社会的に有用な案件への貸出が可能になる。債権の一部を流動化・証券化するのである。ここでは銀行が新規貸出先から受け取る成果のうち調達負債額分Ｉを市場の投資家等、第三者に転売・譲渡することができるとしよう。それによってバランスシートから新規貸出と新負債を落とすことができ、銀行の資産は

$$pI_H+(1-p)I_L-I=\Delta A \qquad 〔2-4〕$$

だけ増加する。表Ⅱ－３、表Ⅱ－４は次のように修正される。

〔表Ⅱ－５〕証券化を実行後の来々期の予想バランスシート

状態Ｈ（確率ｐ）		状態Ｌ（確率１－ｐ）	
旧資産 A_H	旧負債 B_H	資産 A_L	負債 $B_L+\Delta A$
＊＋ΔA	株　式 $C_H+\Delta A$	＋ΔA	株式 $C_L=0$

＊ただし、$\Delta A=pI_H+(1-p)I_L-I$

〔表Ⅱ－６〕証券化後の来期の期待バランスシート

資産 $pA_H+(1-p)A_L+\Delta A$	負債 $pB_H+(1-p)(B_L+\Delta A)$
	株式 $pC'=p(C_H+\Delta A)$

かくして銀行は$I_H<X$の状況にあって新規の貸出が困難に思われる時も、その債権を第三者に転売・譲渡することで、保有する資産価値をΔA、預金者の期待預金額を（$(1-p)\Delta A$）、そして株式期待値を$p\Delta A$だけ増価させることができる。

反対に$I_H>X$ の場合、来期の期待株式価値（pC'）が今期を上回る

ので、この新規の貸出は来期に実行される。ここでは、それによって社会的に期待できる成果が投資額を下回る場合にも経営者は貸出の誘引を持つ。社会的には意味のない投資に、あるいは本来行われるべきではないプロジェクトにも無謀な貸し出しがなされるかもしれない。

(2) エージェンシー関係

さらに新規貸出の成功確率や、そのための資金調達額、新旧債権者の劣後関係等の情報が旧債権者に知らされていない場合、債権者を犠牲にして株主側が利益を得るといったモラルハザードが起こり得る。つまり情報に非対称性が存在する場合、先に述べた過剰な貸出によって株主の期待価値は高まる一方で預金者等の従来からの債権者が富を失う可能性がある。預金者をプリンシパル、株主をエージェントとしたときのエージェンシー関係である。先ず旧負債と新負債の関係を見直そう。これまでは新規貸出のための負債は従来の債務に劣後すると想定してきた。預金者は新規貸出の結果に関係なく来期にも$\{pB_H+(1-p)B_L\}$の債権価値を保証されていた。ここからは新旧の関係は対等であり、新規貸出を行った後、来々期に債務超過の状態Ｌとなった場合、残余の資産（A_L+I_L）は本来の額面価値（B_H+X）にもとづいて両者に平等に返済されるとしよう。表Ⅱ－３の状態Ｌは次の表Ⅱ－７のように書きかえられる。

なお、ここでＩの貸出を行うために調達するＸは次の式を解くことで求められる。

$$I=pX+\{(1-p)X(A_L+I_L)/(B_H+X)\} \qquad 〔2-5〕$$

そこで来期の期待バランスシートは表Ⅱ－８のようになる。

〔表Ⅱ－7〕新旧債権者の関係が対等な場合の来々期の予想

状態H（確率p）

旧資産A_H	旧負債B_H
新貸出I_H	新負債X
	株　式C'

状態L（確率1－p）

旧資産A_L	旧負債$B_H(A_L+I_L)/(B_H+X)$
新貸出I_L	新負債$X(A_L+I_L)/(B_H+X)$
	株　式$C''=0$

〔表Ⅱ－8〕来期の期待バランスシート

旧資産$pA_H+(1-p)A_L$	＊旧負債B'
新貸出$pI_H+(1-p)I_L$	新負債I
	株 式pC'

＊ただし、$B'=pB_H+(1-p)B_H(A_L+I_L)/(B_H+X)$

このモデルでも株主の期待値の変化は〔2－3〕式であたえられる。ここでも同様に$I_H>X$であれば新規の貸出が行われることが分かる。こうして株主の期待利益は高まるのだが、一方、預金者の場合は来期において期待値の減少がありうる。表Ⅱ－8の旧負債の項から表Ⅱ－4の同項を引けば、預金者の期待値の変化Yは次のようになる。

$$Y=\{(1-p)B_H(A_L+I_L)/(B_H+X)\}-(1-p)B_L \qquad 〔2-6〕$$

〔2－5〕式を考慮して、さらに（$0<p<1$）の仮定から（$1-p$）$\neq 0$、また$X\neq 0$として、

$$Y=B_H(I/X)-\{pB_H+(1-p)B_L\} \qquad 〔2-7〕$$

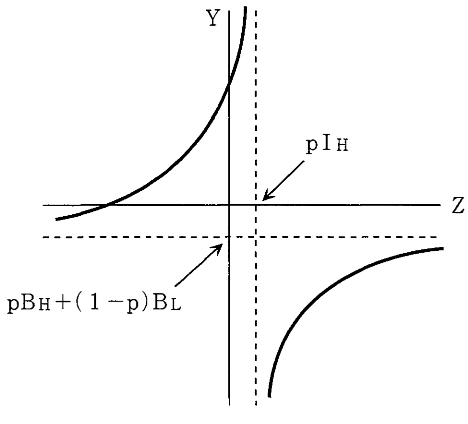
のように書きかえられる。これから$I\cdot B_H/\{pB_H+(1-p)B_L\}<X$のときはYはマイナスとなることが分かる（ただし$X<I_H$）。つまり新規貸出のためにあらたに調達する負債の額面Xが、その貸出額Iにある比率（預金債務B_Hを期待預金額$\{pB_H+(1-p)B_L\}$で割り引いたもの）を乗じた値を上回ってしまうと、株主に利得が生じる一方で預金者に損失が発生するといった事態になる。

反対に$X>I_H$の場合、株主の期待値は低下するが預金者に利得を生むような状況も生じよう。銀行経営者が株主側ではなく預金者等の債権者サイドにたてば、かかる貸出にインセンティブをもつ。またここでも証券化が可能であれば、株主の期待値は増加するので新規貸出に株主は反対しな

いであろう。

また、ここで株主の利得 {$pC'-pC_H=p(I_H-X)$} をZとおけば、〔2－7〕式は図Ⅱ－2のようなZの双曲線であることが分かる（$\partial Z/\partial X<0$、$\partial Y/\partial X<0$、$\partial Y/\partial Z>0$）。つまり、Xに関しては株主と預金者の利害は基本的に同じ方向にある。預金者の期待損失が大きいほど株主の利得が大きくなるわけではない。単に一方に期待損失がある時に、他方に利得の機会があるということである。しかし一方の、ことに預金者の損失を知りつつ株主が期待利益を高めることはモラルハザードであり、利益相反と見なされよう。ちなみに両者が利得を高めることができるのは図の第一象限であり、$X<\min\{I\cdot B_H/(pB_H+(1-p)B_L),\ I_H\}$ の場合である。

〔図Ⅱ－2〕預金者利得と株主利得



Ⅲ．期待効用極大化と証券化

（1）資本比率を維持するポートフォリオ

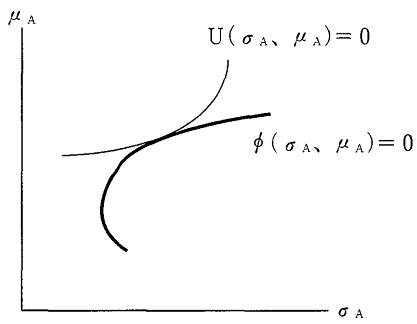
前節では銀行経営者がデフォルトを意識したとき、株主の期待利得を低下させるような新規貸出は債権を流動化することで可能になることが立証

された。ただ、そもそもその前に、今期に経営者は将来デフォルトする状況を避けられるような資産運用を考えているはずである。次にそうしたケースをとりあげよう。ここでは経営者や株主は前節のように切羽詰った状況に置かれているわけではないので、その行動は分別がある。彼らは期待値だけをみるのではなく、期待値が同じであれば危険の少ない方を選ぶ危険回避的な行動をとる。これから登場する経済主体はすべて絶対的危険回避度[2)]が一定の効用関数を持つとしよう。

いま銀行経営者は、n種の貸出資産$A_0=(a_1, a_2, a_3, \cdots a_n)^T$が来々期に$A=(r_1a_1, r_2a_2, r_3a_3, \cdots r_na_n)^T$となることを予想している。ここで$r=(r_1, r_2, r_3, \cdots r_n)^T$は資産倍率を表す確率変数である。さらに期待値を$\mu=(\mu_1\mu_2\mu_3 \cdots \mu_n)^T$、rと$\mu$との分散・共分散を$\sigma$としよう。これは期待値と実現値との乖離の度合い、つまり危険を表す。従って資産全体では、Aの期待値$E[A]=\mu_A=\mu^T A_0$、分散$V[A]=\sigma_A{}^2=A_0{}^T\sigma A_0$となる。資産選択の理論が教えるのは$\mu_A$と$\sigma_A$で表される機会軌跡は双曲線であり[3)]、危険回避者と想定されている銀行経営者はその機会軌跡と自らの有する効用関数が接する点の資産を選択することが最善の意思決定ということである。

ただここでは別の行動目標を考えよう。BIS規制や早期是正措置等もあっ

〔図Ⅲ－1〕最善の資産選択



て銀行経営者の念頭には常に一定比率以上の自己資本を達成しておこうとの意識があるはずである。彼らはかかる比率を下回るような事態は極力避けたいと考えている。つまり、その割合以下となる確率の上限を最小にするような資産の配分を経営者は考えるのである。

自己資本比率をｃ、８％や４％といった目標割合をｄとする。来々期にデフォルトはなく、預金者には全額のペイオフが可能であると考えると預金債務Ｂは確定値であり、ｃは次のように表すことができる。

$$c = \{1 - B / \sum^{n} A\} > d \qquad 〔3-1〕$$

ｃは確率変数であるから、その期待値をμ_c、分散をσ_c^2と表そう。

一般に、確率変数χの期待値がμ、分散がσ^2のとき任意の正数ｔとすると、χに関する確率Ｐに対して次のようなチェビシェフの不等式が与えられる。

$$P\{|\chi - \mu| \geqq t\} \leqq \sigma^2 / t^2 \qquad 〔3-2〕$$

ここで$\chi = c$、$\mu = \mu_c$、$t = \mu_c - d$、$\sigma = \sigma_c$として〔３－２〕式を書き換え、絶対値をはずしてより強い意味の形で表せば、

$$P\{\mu_c - c \geqq \mu_c - d\} \leqq \sigma_c^2 / (\mu_c - d)^2$$

$$\therefore \quad P\{c \leqq d\} \leqq \sigma_c^2 / (\mu_c - d)^2 \qquad 〔3-3〕$$

を得る。かくて資本比率ｃが目標の比率ｄよりも大きくならない確率の上限δは

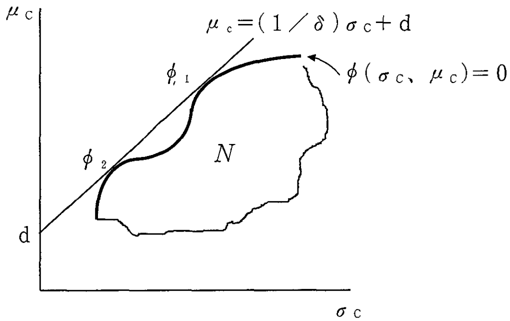
$$\delta = \sigma_c^2 / (\mu_c - d)^2 \qquad 〔3-4〕$$

であることが分かる。銀行経営者がある水準での資本比率の維持や達成を求められる時、この上限値の最小化は経営目標の一つになる。ここで、$\sigma_c^2 / (\mu_c - d)^2$ の最小化とは（$\mu_c - d)^2 / \sigma_c^2$の最大化、すなわち$(\mu_c - d) / \sigma_c$（$= 1 / \delta$）の最大化と同じである。

一方、今期に所有する貸出等の資産構成をさまざまに変えることで株主資本比率の期待値μ_cと標準偏差σ_cは種々の組み合わせ（σ_c, μ_c）が生じ、それらは機会軌跡ϕ（σ_c, μ_c）＝０を持つ集合Ｎを形成するであろ

う。$\mu_C =（1／\delta）\sigma_C + d$とこの機会軌跡が接する点で資本比率が一定割合以下になる可能性を最小にするような資産の組合わせが得られるはずである。σ_Cとμ_Cの機会軌跡が図Ⅲ－1のような双曲線であれば、こうした資産の組み合わせはただ1点に定まるが、図Ⅲ－2のような曲線になると$\phi_1（\sigma_{C1},\ \mu_{C1}）$、$\phi_2（\sigma_{C2},\ \mu_{C2}）$といった複数の解が生じることになる。

〔図Ⅲ－2〕資本比率が一定割合以下になる可能性を最小にする選択



（2）証券化モデル

次に銀行経営者は資本比率を直接高めるために貸出債権の一部を証券化するとしよう。銀行の保有する債権A_0の一部αとβを原資産として来期に証券Sを創造し、それを外部の投資家に販売するのである[4)]。来々期に生じるαとβの成果$a =（a_\alpha, a_\beta)^T$は確率変数であり、最初は銀行経営者だけがこれらの確率分布$p =（p_\alpha,\ p_\beta)^T$については知っているものとする。それぞれの期待値$E[a] =（\mu_\alpha、\mu_\beta)$、分散$V[a] =（\nu_\alpha、\nu_\beta)$、としておく。また$\alpha$と$\beta$は互いに独立、従って共分散はゼロである。

先ず銀行はαとβのリスクを引き継ぐ証券SをK種類創造し、それを来期に販売価格$s =（s_1,\ s_2,\ s_3,\ \cdots\ s_k)^T$で売却することを望んでいる。その販売量を$q_b =（q_{b1},\ q_{b2}, q_{b3},\ \cdots\ q_{bk})^T$とすれば銀行bの証券化額は$s^T q_b$で表される。銀行はかかる証券を裏付けの貸出債権の期

待値を上回る額で売却できれば利得Πbを得ることができる。それは、

$$\Pi_b = s^T q_b - p^T a \qquad 〔3-5〕$$

となる[5)]。

また個々の証券の販売価格sは、各々の基礎となる原資産αとβの期待値と裏付けの割合$\theta\{=(\theta_{j\alpha}、\theta_{j\beta})^T$、$j=1, 2, \cdots k\}$、そしてその販売量qによって影響され、次のような線形の関係であたえられるとしよう。αとβに関する情報は銀行だけが知っているので、ここでは銀行がprice setterである。

$$s = \Phi - Mq_b = \theta^T E[a] - Mq_b \qquad 〔3-6〕$$

ここで、Φ（$=\theta^T E[a]$）をk次元ベクトル$\{\Phi_j = \theta_{j\alpha}\mu_\alpha + \theta_{j\beta}\mu_\beta$、$j=1, 2, \cdots k\}$、Mを全て正の要素から成る$k \times k$次元の正則行列としておこう。また、$q_b=0$のとき$s=\Phi$となるが、それは販売量がたとえゼロでも証券の価格は理論的にはαとβの期待値と資産割合θに依存して設定されることを意味している。

次に一群の投資家iは銀行の決めた証券価格sを受け入れて行動するが、αとβの成果が確率的に変動することは知っている。証券の来々期の実現価格$r=(r_1, r_2, r_3, \cdots r_k)^T$は各々が原資産をどの程度の割合で裏付けとしているかによって決まる。つまりrは確率変数であり、その確率分布はSを観察することで、知ることになる。つまり、$\{r_j = \theta_{j\alpha} a_\alpha + \theta_{j\beta} a_\beta$、$j=1, 2, \cdots k\}$、であり、行列表示すれば、$r=\theta^T a$である。かかる投資家iの購入量を$q_i$とすれば、来々期の利得$\Pi_i$は

$$\Pi_i = (r-s)^T q_i \qquad 〔3-7〕$$

となることを予想する。

ここでは銀行経営者も投資家も期待値だけでなく、その分散で表されるリスクも考慮して行動している危険回避者という想定であった。各々の絶対的危険回避度を一定値のω_b、ω_iとして正規分布に従う効用関数を、各々次のように定めよう[6)]。

$$U_b(\Pi)=-\exp\{-\omega_b\Pi_b\} \quad [3-8]$$

$$U_I(\Pi)=-\exp\{-\omega_I\Pi_I\} \quad [3-9]$$

銀行と投資家の合理的な行動は、成果Πから生じる効用Uの期待値E[U(Π)]を最大化するようなqを選択することにある。定式化すれば、銀行経営者は

$$q_b\in \mathrm{Argmax}\ E[-\exp\{-\omega_b\Pi_b\}] \quad [3-10]$$

$$\text{s.t.}\quad \Pi_b=p^Ta-s^Tq_b$$

を満たすようなq_bを、投資家は

$$q_I\in \mathrm{Argmax}\ E[-\exp\{-\omega_I\Pi_I\}\mid S] \quad [3-11]$$

$$\text{s.t.}\quad \Pi_I=(r-s)^T\ q_I$$

を満たすようなq_Iを決定する。

こうした最大化問題は、正規分布に従う効用関数の特性から、より簡略化して解くことができる。来々期の成果Πの確率密度関数をf(Π)、期待値をE（Π)、分散V（Π）とすれば、$E[U(\Pi)]\ \{=\int_{-\infty}^{\infty}U(\Pi)f(\Pi)d\Pi\}$ は,

$$E[U(\Pi)]=-\exp[-\omega\{E(\Pi)-\omega V(\Pi)/2\}] \quad [3-12]$$

となる[7)]。従って、期待効用の最大化の問題は、利得の期待値からリスクプレミアムを引いた値、つまり確実性等価額$\{E(\Pi)-\omega V(\Pi)/2\}$を最大化することと同じである。かくして銀行経営者は次の行動をとる。

$$\mathrm{Max}\ \{E(\Pi_b)-\omega_bV(\Pi_b)/2\} \quad [3-13]$$

$$\text{s.t.}\quad \Pi_b=s^Tq_b-q^Ta$$

最大化のための１階の条件は、

$$\theta^TE[a]-2Mq_b=0 \quad [3-14]$$

となり、Mは要素を全て正とする正則行列としてあるので、２階の条件も満たす。これより銀行経営者は最大化のためには

$$q_b=(1/2)\,M^{-1}\theta^TE[a] \quad [3-15]$$

の規模の証券化を図ろうとするであろう。証券価格は〔３－６〕式より

$$s=\theta^{T}E[a]/2 \qquad 〔3-16〕$$

となることが分かる。一方、投資家は

$$\mathrm{Max}\ \{E(\Pi_1)-\omega_1 V(\Pi_1)/2 \mid s\} \qquad 〔3-17〕$$

$$\mathrm{s.t}\quad \Pi_1=(r-s)^{T}q_1$$

を解くことになる。1階の条件は、

$$\theta^{T}E[a]-s-\omega_1 V[\theta^{T}a]q_1=0 \qquad 〔3-18〕$$

ここで$V[\theta^{T}a]$は$k\times k$次元の行列で証券価格の実現値の分散を表す。またω_1は仮定より正だから2階の条件も満たされている。よって投資家の最適な証券の購入量は、

$$q_1=\{\omega_1 V[\theta^{T}a]\}^{-1}\{\theta^{T}E[a]-s\} \qquad 〔3-19〕$$

である。ここで価格Sは銀行によって〔3-16〕式のように設定されている。かくして、均衡においては

$$M=\omega_1 V[\theta^{T}a] \qquad 〔3-20〕$$

となることがわかる。銀行はMをこのように設定すれば創造した証券の全てを投資家に売却でき、利得も最大になるはずである。

Ⅳ．結びにかえて

本論は、非対称情報下の企業行動に関するミクロ経済学の初歩的な応用を試みたものである。モデルは簡単で制約も多く、論証は不十分であり、いまだ試作の域を出るものではない。思わぬ誤謬もあるやも知れず、大方の叱正を仰ぎたい。ただ稚拙な内容ながらも、ここから得られる知見は銀行行動に関する直感的な理解に論理的な説明を加える一助となろう。今後は証券化に焦点を絞り、より精巧な分析をめざしたい。ここでは銀行は証券を創造するだけで自らは保有しないことを前提にしていたが、保有する場合は違った結論になるかもしれない。また、一般的な均衡の存在を考えたが、裏付けとなる貸出債権の危険の程度に応じた証券をより詳細に定義することで、個々の証券別の均衡条件を見出すことも出来よう。実際、多

数の危険資産をベースとして証券化を行う場合、全てがＡ格以上というわけではなく無格付（劣後）の商品もある。時には均衡が成立せず、市場がブレークダウンする可能性もでてこよう[8)]。危険を図る尺度として格付の効果を考える必要がある。あるいは銀行の持つ私的情報を投資家に公開することも、ブレークダウンを避ける方法になるとも考えられる。

＜注＞

１）ここで展開するモデルは、Jensen,M and Meckling,W（1976), Berkovitch,E and E. Kim (1990) で見られた債権者と株主間のエージェンシー問題を銀行への適用を試みたものである。また堀内 (1997) は簡単な数値例で銀行の流動化を取り上げている。

２）よく知られているように、リスクを避ける度合を表すために、PrattとArrowは絶対的危険回避度と相対的危険回避度の二つの関数を考えた。前者は資産Wの限界効用の変化率 $\{-U''(W)/U'(W)\}$ であり、後者は限界効用のWに関する弾力性 $\{-WU''(W)/U'(W)\}$ で表される。こうした危険回避度が正の主体を危険回避者、ゼロの主体を危険中立者、負の主体を危険愛好者と呼んでいる。

３）組合わされた資産は期待値が同じであれば、危険は小さい方がいいわけだから、ここでは次のように定式化される。

$$\text{Min.}\quad \sigma_A{}^2 = A_0{}^T \sigma A_0$$

$$\text{s.t.}\quad \overline{\mu}_A = \mu^T A_0 \qquad (\overline{\mu}_A \text{は一定値})$$

$$\overline{W} = \sum^{n} A_0 = [1]^T A_0 \quad (\overline{W}\text{は初期資産で一定値、}[1]\text{は単位行列})$$

ラグランジュ乗数を $2\lambda_1$、$2\lambda_2$ としてラグランジュ関数Ｌを定義する。

$$L = A_0{}^T \sigma A_0 + 2\lambda_1 (\overline{\mu}_A - \mu^T A_0) + 2\lambda_2 (\overline{W} - [1]^T A_0)$$

最小化のための１階の条件は、

$$\partial L / \partial A_0 = 2(\sigma A_0 - \lambda_1 \mu - \lambda_2 [1]) = 0$$

$\partial L / \partial \lambda_1 = \overline{\mu}_A - \mu^T A_0 = 0$

$\partial L / \partial \lambda_2 = \overline{W} - [1]^T A_0 = 0$

2階の条件はσを正値定符号としておけばクリヤーできる。またパラメータ$\overline{\mu}_A$を変数μ_Aに置き換えて、次の関係を得る。

$$\{\mu_A - (f / e)\overline{W}\}^2 = h / e\{\sigma_A{}^2 - (1 / e)\overline{W}^2\}$$

ここで$e \equiv [1]^T \sigma^{-1}[1] > 0$

$f \equiv [1]^T \sigma^{-1} \mu$

$g \equiv \mu^T \sigma^{-1} \mu > 0$

$h \equiv eg - f^2 > 0$

また$h / e = k$とおいて、上式を書き換えると

$$\sigma_A{}^2 / (1 / a)\overline{W}^2 - \{\mu_A - (f / e)\overline{W}\}^2 / (k / a)\overline{W}^2 = 1$$

のような双曲線であることが分かる。

4）実際には、銀行はオリジネーターとして貸出債権を子会社のSPCに譲渡し、それを基にSPCはCLOと呼ばれる資産担保債券を発行する。かかる証券化において、銀行は取引先との関係を配慮してサイレント方式とすることが普通であり、それゆえ、債務者対抗要件が備わらないので短期のABCP形式で発行されることが多い。本論では煩雑さを避けるため全て銀行自身が行うことを想定する。証券化の基本的な仕組みについては、市川（2000）を参照されたい。

5）ここでは証券化に要する取引費用は無視している。実際はstructured financeと呼ばれるほどに実務上は複雑な仕掛けを構成するので、少なからぬ費用がかかるはずである。しかも日本では法制度的にまだ十分な整備がなされておらず、証券商品の流通もままならない状況にある。

6）絶対的危険回避度が一定の効用関数としては、このほかに$\kappa[1 - \exp\{-\omega \Pi\}]$を選ぶことも可能だが（$\kappa$は正の定数)、ここでは結果に違いがないと思われるので簡単な方をとった。

7）正規分布の仮定から$f(\Pi) = 1 / \sqrt{2\pi V(\Pi)}\ \exp\{-(\Pi - E(\Pi)^2)$

$/ 2V(\Pi)\}$

そこで期待効用、$E[U(\Pi)] = \int_{-\infty}^{\infty} U(\Pi) f(\Pi)\ d\Pi$、は

$= \int_{-\infty}^{\infty} -\exp\{-\omega\Pi\} \cdot 1/\sqrt{2\pi V(\Pi)}\ \exp\{-(\Pi - E(\Pi)^2)/ 2V(\Pi)\} d\Pi$

$= -\int_{-\infty}^{\infty} 1/\sqrt{2\pi V(\Pi)}\ \exp\{-\omega\Pi - (\Pi - E(\Pi)^2)/ 2V(\Pi)\} d\Pi$

ここで指数関数の｛　｝内を整理して、

$= -\exp[-\omega\{E(\Pi) - \omega V(\Pi)/2\}] \int_{-\infty}^{\infty} 1/\sqrt{2\pi V(\Pi)}\ \exp\{-1/2V(\Pi)\{\Pi - E(\Pi) + \omega V(\Pi)\}^2\} d\Pi$

この式で積分は全範囲の確率密度関数であるから当然１、従って次式を得る。

$E[U(\Pi)] == -\exp[-\omega\{E(\Pi) - \omega V(\Pi)/2\}]$

８）証券化商品の市場がブレークダウンする条件の分析に、Ohasi, K (1999) がある。

＜参考文献＞

赤　攝也（1958）『確率論入門』培風館

Arrow,K.(1970)、*Essays in the Theory of Risk Bearing*, North-Holland, Amsterdam.

Bhattacharya,U. and M.Spiegel（1991）, "Insiders, Outsiders, and Market Breakdowns," *Review of Financial Studies*, Vol.4pp255-282

Berkovitch, E. and E. H.Kim（1990）, "Financing Contracting and Leverage Induced Over-and Under-Investment Incentives," *Journal of Finance*, Vol.45,No.3,pp765-794

Diamond,P. and M.Rothschild(eds.)(1978), *Uncertainty in Economics: Readings and Exercise*, Academic Press.

古屋　茂（1959）『行列と行列式』培風館

堀内昭義（1997）「証券化の経済分析」資産流動化研究　Vol.Ⅲ　pp1-13

Freixas,X. and J.C.Rochet (1997), *Microeconomics of Banking*, The MIT Press.

市川千秋（2000）「証券化の進展と意義」白鷗女子短大論集2000, 25(1), pp35-58

Jensen,M and Meckling,W (1976), "Theory of the Firm: Managerial Behavior, Agency Costs and Ownership Structure," *Journal of Financial Economics*, Vol.3, pp305-360

Kendall,Leon T. and M.J.Fishman(ed.)(1998), *A Primer on Securitization,* The MIT Press.

Laffont,J.J.(1985) *Economie de L' Incertain et de L' Information*, Ed. Ėconomica. 佐藤公敏訳『不確実性と情報の経済学』(1992) 東洋経済新報社

Leland,Hayne E. and D.H.Pyle(1977), "Information Asymmetries, Financial Structure and Financial Intermediation," *Journal of Finance,* 32, 371-387

二階堂副包（1961）『経済のための線形数学』培風館

Ohashi,K. (1999), "Security-Innovation on Several Assets under asymmetric Information," *Japanese Economic Review,* Vol.50, pp76-96

岡内幸策（1999）『証券化入門』日本経済新聞社

大垣尚司（1997）『ストラクチャード・ファイナンス入門』日本経済新聞社

Shavell,S.(1979), "Risk Sharing and Incentives in the Principal and Agent Relationship," *The Bell Journal of Economics* 10, 55-73

玉置光司（1992）『基本確率』牧野書店

Varian,H.R. (1984),*Microeconomic Analysis* Secod Edition W.W.Norton

佐藤隆三・三野和雄訳『ミクロ経済分析』(1986) 勁草書房

藪下史郎（1995）『金融システムと情報の理論』東京大学出版会